

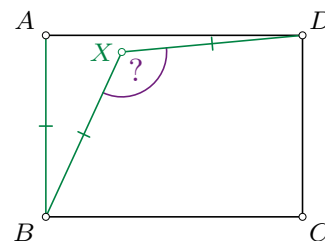
# XVII Olimpiada Matematyczna Juniorów (2021/22)

Zadania konkursowe zawodów pierwszego stopnia —  
część korespondencyjna

(1 września – 11 października 2021 r.)

1. W klasie Marka jest 17 uczniów i wszyscy napisali test. Marek uzyskał wynik o 17 punktów wyższy od średniej arytmetycznej wyników pozostałych uczniów. O ile punktów wynik Marka jest wyższy od średniej arytmetycznej wyników całej klasy? Odpowiedź uzasadnij.

2. W prostokącie  $ABCD$  stosunek długości boków  $BC:AB$  jest równy  $\sqrt{2}$ . Wewnątrz tego prostokąta zaznaczono taki punkt  $X$ , że  $AB = BX = XD$ . Wyznacz miarę kąta  $BXD$ .



Zadanie 2.

3. Niech  $n \geq 1$  będzie liczbą całkowitą. Wykaż, że istnieje taka liczba całkowita, która jest większa od  $\sqrt{2n}$  i mniejsza od  $\sqrt{5n}$ .

4. W każde pole poniższej tabeli należy wpisać inną liczbę całkowitą spośród liczb od 1 do 17 w taki sposób, aby sumy liczb we wszystkich ośmiu kolumnach były równe, a suma liczb w górnym wierszu była dwa razy większa od sumy liczb w dolnym wierszu.


Której z liczb od 1 do 17 można nie wpisać do tabeli? Podaj wszystkie takie liczby. Odpowiedź uzasadnij.

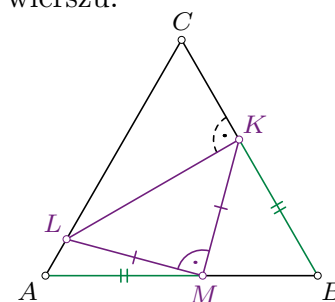
5. Punkty  $K, L, M$  leżą odpowiednio na bokach  $BC, CA, AB$  trójkąta równobocznego  $ABC$  i spełniają warunki

$$KM = LM, \quad \sphericalangle KML = 90^\circ \quad \text{oraz} \quad AM = BK.$$

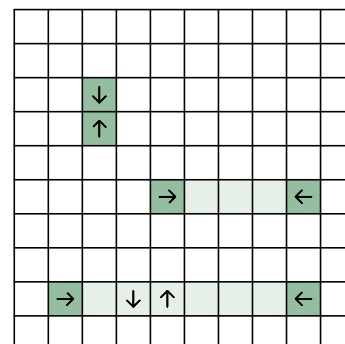
Udowodnij, że  $\sphericalangle CKL = 90^\circ$ .

6. W każdym polu tablicy  $10 \times 10$  znajduje się strzałka skierowana w górę, w dół, w lewo lub w prawo. Wykaż, że można tak usunąć z tablicy 50 strzałek, aby żadne dwie z pozostałych nie wskazywały na siebie nawzajem.

*Uwaga:* Strzałki wskazują na siebie nawzajem także wtedy, gdy ich pola nie sąsiadują lub gdy pomiędzy nimi są inne strzałki.



Zadanie 5.



Zadanie 6.

7. Wybrano  $n$  (niekoniecznie różnych) cyfr, z których żadna nie jest równa 0 ani 7. Okazało się, że każda liczba  $n$ -cyfrowa zapisana wszystkimi wybranymi cyframi jest podzielna przez 7. Udowodnij, że liczba  $n$  jest podzielna przez 6.

Rozwiązania powyższych zadań (wszystkich lub części z nich) należy przekazać szkolnemu koordynatorowi OMJ lub przesłać bezpośrednio, listem poleconym, do Komitetu Okręgowego OMJ właściwego terytorialnie dla szkoły, najpóźniej dnia

**11 października 2021 r. (decyduje data stempla pocztowego).**

Rozwiązania przesłane w terminie późniejszym lub pod niewłaściwy adres nie będą rozpatrywane. Adresy Komitetów Okręgowych OMJ, szczegółowe wytyczne dotyczące sposobu redakcji rozwiązań i przesyłania prac, a także regulamin OMJ i inne bieżące informacje znajdują się na stronie internetowej Olimpiady: [www.omj.edu.pl](http://www.omj.edu.pl).